

NIERÓWNOŚCI

Zadania:

WYKAŻ, ŻE:

1) jeśli zachodzi $a_i > 0$ to dla każdego $n \in \mathbb{N}$ zachodzi

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_n) \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} \right) \geq n^2$$

2) jeśli zachodzi $x, y, z > 0$ oraz $x + y + z = \sqrt{xyz}$ to:

$$xy + yz + zx \geq 9(x + y + z)$$

3) jeśli $x, y, z > 0$ to:

$$3x + 4y + 5z \geq 12 x^{\frac{1}{4}} y^{\frac{1}{3}} z^{\frac{5}{12}}$$

4) jeśli $x, y, z > 0$, $x + y + z = 1$ to:

$$\frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1} + \frac{z}{z+1} \leq \frac{3}{4}$$

5) jeśli $a, b, c > 0$ to:

$$\frac{3}{2} \leq \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$$

6) jeśli $n > 1$ to

$$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (2n-1) \leq n^n$$