

Parę fajnych fakcików z geometrii

1. Cieciewa AB okręgu o jest równoległa do stycznej do tego okręgu w punkcie C . Na tej stycznej obrano dowolny punkt P . Proste AP i PB przecinają okrąg o jeszcze w punktach M i N . Pokazać, że prosta MN połowi odcinek PC .

2. Okrąg o został podzielony przez n średnic na $2n$ przystających fragmentów. Pokazać, że rzuty dowolnego punktu M z wnętrza okręgu na te średnice są wierzchołkami n -kąta foremnego.

3. W kąt o wierzchołku X wpisano okręgi o_1 i o_2 . Okrąg s jest styczny do o_1 w punkcie A zaś do o_2 w punkcie B . Pokazać, że A, B, X są współliniowe.

4. W trójkącie ABC okręgi o_1, o_2, o_3 są styczne odpowiednio do boków AB i AC , BC i AB oraz AC i BC . Okrąg s jest styczny zewnętrznie do o_1, o_2, o_3 odpowiednio w punktach K, L, M . Pokazać, że AK, BL, CM przecinają się w jednym punkcie.

5. W trójkącie ABC I jest środkiem okręgu wpisanego, który jest styczny do boków BC, AC, AB odpowiednio w punktach K, L, M . Niech K', L', M' będą punktami symetrycznymi do K, L, M względem I . Pokazać, że AK', BL', CM' przecinają się w jednym punkcie.

6. W trójkącie ABC I jest środkiem okręgu wpisanego, K jego rzutem na bok BC zaś K' odbiciem K względem I . Ponadto M jest środkiem boku BC . Prosta AK' przecina bok BC w punkcie D . Prosta AM oraz ID przecinają się w punkcie P . Pokazać, że $[API] = [DPM]$.

7. Okręgi o_1 i o_2 przecinają się w punktach A i B . Styczna do o_2 w punkcie A przecina o_1 w A i M , zaś styczna do o_1 w punkcie A przecina o_2 w A i N . Pokazać, że:

(a) $\angle MAN + \angle ABN = 180^\circ$

(b) $\frac{BM}{BN} = \left(\frac{AM}{AN}\right)^2$