

Kółko z nierówności z nierównościami trójkąta

1. Pokazać, że dla a, b, c boków trójkąta zachodzi nierówność:

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \leq 2$$

2. Pokazać, że dla a, b, c boków trójkąta zachodzi nierówność:

$$\frac{1}{a+b-c} + \frac{1}{a+c-b} + \frac{1}{b+c-a} \geq \frac{9}{a+b+c}$$

3. Pokazać, że dla a, b, c rzeczywistych dodatnich:

$$ab + bc + ac \geq 3((a+b-c)(b+c-a)(a+c-b))^{\frac{2}{3}}$$

4. Dany jest trójkąt o polu P i obwodzie l . Pokazać, że zachodzi:

$$l^2 > 16P$$

5. Pokazać, że jeśli trójkąt o bokach a, b, c i obwodzie l wpisany jest w okrąg o promieniu R i opisany na okręgu o promieniu r , to zachodzi równość:

$$2rR = \frac{abc}{l}$$

6. Pokazać, że jeśli okręgi wpisany i opisany na trójkącie mają promienie odpowiednio r i R , to zachodzi:

$$2r \leq R$$

7. Dany jest trójkąt o bokach a, b, c i obwodzie l . Pokazać, że zachodzi:

$$\frac{729}{8}l^6 \geq abc(a+b-c)(b+c-a)(a+c-b)$$